

**Формирование универсальных учебных действий в процессе
реализации ФГОС при изучении приемов тождественных преобразований на
уроках математики**

Морозов Е.А., Морозова А.В., Новоселов А.В.

Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, г.
Пермь

Внедрение ФГОС требует от современного учителя значительных изменений в своей деятельности. Для достижения качественных результатов освоения образовательной программы учителю необходимо разработать учебный курс, который должен быть направлен на реализацию требований ФГОС, таких как предметных, метапредметных и личностных. Методологической основой формирования и развития универсальных учебных действий у школьников является системно-деятельностный подход, заложенный образовательным стандартом, реализация которого в учебном процессе направлена на активизацию учебно-познавательной деятельности учащихся и создание условий их готовности к саморазвитию и непрерывному образованию.

На сегодняшний день в условиях реализации ФГОС технология системно-деятельностного подхода при обучении математики позволяет школьникам в полном объеме овладеть системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин в школе и продолжения образования в вузе, а также сформировать понимание значимости математики для научно-технического прогресса в целом и воспитание своей математической культуры в частности.

Одним из важнейших видов любой учебной деятельности, в процессе которой учащимся наилучшим образом усваивается теоретический материал, отрабатываются вычислительные умения и навыки, является решение примеров и прикладных задач. Реализация деятельностного подхода позволяет учащимся самостоятельно открывать для себя новые знания и осмысленно применять их при

поиске решения различных задач. Для этого учителю необходимо создавать условия для последовательного изучения учебного материала и в течение урока направлять деятельность учащихся на приобретение знаний в процессе их самостоятельной деятельности. Формирование у школьников прочных и глубоких математических знаний во многом зависит от подбора задач и их систематизации. В связи с этим учитель должен проводить большую методическую работу по созданию банка заданий и его своевременному пополнению.

Фундаментом математических знаний, умений и навыков учащихся для успешного изучения разделов математики в школе, а в дальнейшем математических дисциплин в вузе, являются основы тождественных преобразований. Уже в начальной школе вводятся элементарные сведения о переменной и буквенной записи законов арифметических действий на интуитивно-практическом уровне. В курсе математики для начальных классов формируются такие учебные понятия, связанные с алгеброй, как выражение, равенство, числовые и буквенные неравенства, уравнения и формулы, суть которых раскрывается на конкретной основе с использованием арифметического материала. В 5-6-ых классах теоретический материал также излагается на наглядно-интуитивном уровне, математические методы и законы даются в виде правил. На протяжении этого периода обучения учащиеся развивают навыки вычислений с натуральными числами, овладевают навыками действий с обыкновенными и десятичными дробями, получают начальные представления об использовании букв для записи выражений и свойств арифметических действий, составлении уравнений, формируют навыки преобразования выражений. Это первое знакомство приучает школьников «работать» с буквенными выражениями.

При изучении методов тождественных преобразований в 7-9-ых классах важным является систематизировать теоретическую базу, на которой основываются различные виды преобразований, и сформировать умения и навыки их применения. Прежде всего учебная деятельность учащихся должна быть

направлена на формирование и развитие универсальных учебных действий по таким темам как одночлены и многочлены, формулы сокращенного умножения, преобразования рациональных выражений, преобразование выражений, содержащих квадратные корни или степень с целым и рациональным показателем.

В старшей школе учащиеся овладевают техникой преобразований выражений, содержащих степень с произвольным показателем, с использованием свойств логарифмы, тригонометрических формул, операций дифференцирования и интегрирования. Основной целью изучения темы тождественных преобразований в старших классах является формирование гибкого и мощного математического аппарата, который будет в дальнейшем служить для решения задач различного уровня сложности.

Особо важно, начиная с первых дней учебы, прививать учащимся навыки устного счета, как фундамент для изучения любой темы школьного курса математики, в том числе и для совершенствования техники тождественных преобразований. К сожалению, у большей части школьников вычислительные навыки плохо сформированы. Мало кто из учащихся старших классов и первокурсников могут без использования калькулятора вычислить, к примеру, значение $\sqrt{23716}$. Неправильное использование вседоступных технических средств в школе приводит к необучаемости арифметике. Для решения этой проблемы необходимо от урока к уроку отрабатывать вычислительные навыки, а приведенное задание, способствует развитию устного счета у учащихся и позволяет показывать практическую значимость использования тождественных преобразования с использованием формул сокращенного умножения. При решении квадратных уравнений с помощью дискриминанта нужно напоминать учащимся об этом «устном» способе извлечения арифметического квадратного корня.

Для успешного изучения математических дисциплин в вузе необходимо овладеть навыками тождественных преобразований, которые, к сожалению,

недостаточно отрабатываются в школах. К таковым относятся: избавление от иррациональности в знаменателе, применение формул сокращенного умножения, деление многочленов, выделение целой части, разложение многочленов на множители, выделение полного квадрата в квадратном трехчлене, метод замены, техника алгебраических, логарифмических и тригонометрических преобразований.

Рассмотрим важность формирования такого универсального учебного действия как «выделение полного квадрата в квадратном трехчлене» на примере решения квадратного уравнения. Обязательно уже при первом введении этого учебного материала учитель должен на простейших заданиях (к примеру, решение квадратных уравнений, имеющих два различных корня) организовать исследовательскую деятельность учащихся таким образом, чтобы они самостоятельно могли найти корни квадратного (приведенного) уравнения с известными действительными коэффициентами, используя метод разложения на множители левой части при помощи равносильных преобразований. Например,

$$x^2 - 4x - 21 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) - 25 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 - 5^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 7)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7, \\ x = -3. \end{cases}$$

Затем, применяя уже использованный алгоритм метода разложения на множители, записать в общем виде выражение для нахождения корней приведенного квадратного уравнения. Проводимые учебные действия должны позволить учащимся самим «открыть» формулу для нахождения корней полного (неприведенного) квадратного уравнения. На этапе обобщения полученных знаний учащиеся под руководством учителя формулируют алгоритм нахождения корней квадратного уравнения и фиксируют внимание на взаимосвязи разложения квадратного трехчлена на множители с использованием дискриминанта и выделением полного квадрата. Также важно при этом указать практическое значение использования метода разложения на множители при решении квадратных и дробно-рациональных неравенств.

При исследовании квадратной функции общего вида $y = ax^2 + bx + c$ полезно снова напомнить о выделении полного квадрата и проиллюстрировать некоторые правила преобразования графиков (из графика простейшей из квадратичных функций $y = x^2$ построить график функции $y = ax^2 + bx + c$).

В интегральном исчислении учебное действие «выделение полного квадрата в квадратном трехчлене» позволит без особого труда приводить многие интегралы к табличным. Например,

$$\int \frac{dx}{x^2 + x + 1} = \int \frac{dx}{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C \quad \text{или}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2+2x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{4-(x-1)^2}} = \arcsin \frac{x-1}{2} + C.$$

В заключении хотелось бы отметить, что большинство задач на построение и анализ экономико-математических моделей опирается на определения, графические изображения и свойства функций, основы которых закладываются на уроках алгебры в школе. Решение таких задач нередко зависит от грамотно проведенных тождественных преобразований, которые могут содержать и элементы тригонометрии, и использование свойств логарифмов. Нередко «выделение полного квадрата» позволяет найти рациональное решение.

Приемам выполнения тождественных преобразований алгебраических выражений в школе необходимо уделять особое внимание. Техника преобразований лежит в основе решения уравнений и неравенств, текстовых и геометрических задач, исследования и построения графиков функций. При изучении приемов тождественных преобразований на уроках математики учителю важно грамотно организовать учебно-познавательную деятельность учащихся по формированию универсальных учебных действий, чтобы на хорошо подобранных примерах показывать их значимость и важность развития математической культуры их выполнения.