



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# Игры, которые изучают экономисты

## Данил Фёдоровых

департамент теоретической экономики  
факультета экономики НИУ ВШЭ

<http://vk.com/fedorovykh>

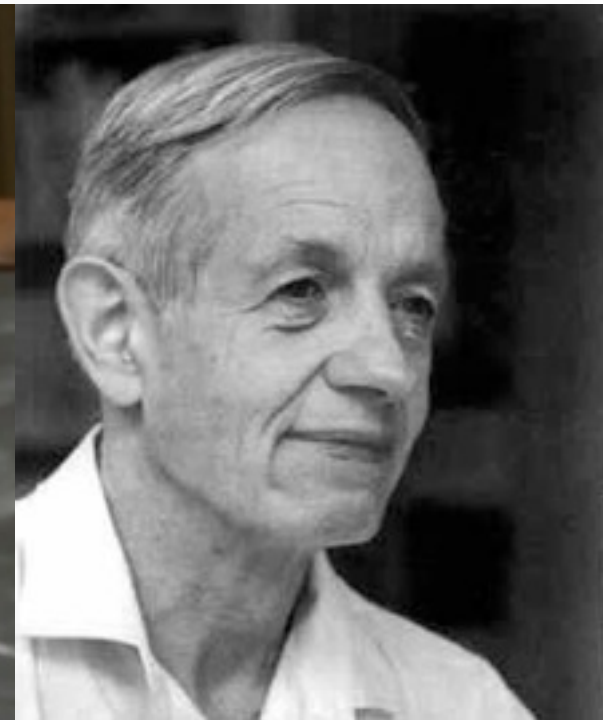
<http://www.hse.ru/staff/df>

[dfed@hse.ru](mailto:dfed@hse.ru)

*Музей предпринимателей, меценатов  
и благотворителей, 24 октября 2013 года*



Russel Crowe (A Beautiful Mind)



John F. Nash



# A Beautiful Mind



- **Игра** — любая ситуация, в которой выигрыши агентов зависят от действий друг друга
- **Стратегия** — описание действий игрока во всех возможных ситуациях
- **Исход** — комбинация выбранных стратегий



# Blonde-in-the-Bar Game

- В баре **4 мужчины, блондинка и 4 брюнетки.**
  - Поведение женщины:
    - **> 1 мужчин** → отвергает всех.
    - **1 мужчина** → она с ним.
  - Игроки — **мужчины.**
  - Предпочтения:  
**блондика лучше брюнетки, брюнетка лучше, чем ничего.**
- Можно попробовать **только раз.**
  - Решения принимаются **одновременно.**
  - «Чистые» стратегии:
    - пойти к блондинке
    - пойти к «своей» брюнетке
  - **Равновесия?**
    - Все к блондинке — нет
    - Все к брюнеткам — нет
    - **Один к блондинке, остальные к брюнеткам**

# Равновесие по Нэшу

- Исход игры, при котором **ни одному игроку не выгодно отклоняться** от выбранной стратегии в одиночку.
- Исход игры, при котором выбранная каждым игроком **стратегия является наилучшим ответом** на стратегии, выбранные остальными.

# Камень–ножницы–бумага

А \ В	К	Н	Б
Камень	0 : 0	+1 :-1	-1 : +1
Ножницы	-1 : +1	0 : 0	+1 :-1
Бумага	+1 :-1	-1 : +1	0 : 0

- В «чистых» стратегиях равновесия по Нэшу нет
- World RPS Society ([worldrps.com](http://worldrps.com)) проводит чемпионаты:
  - Камень — 37,8 %
  - Бумага — 32,6 %
  - Ножницы — 29,6 %

## Sotheby's vs. Christie's, 2005

- Кому достанется лот — коллекция Пикассо и ван Гога за 20 млн \$?
- Владельцы предложили домам решить через игру К-Н-Б.
- **Sotheby's**, «особо не задумываясь», выбрали **бумагу**
- **Christie's**:
  1. Камень кажется самым «сильным»
  2. Поэтому не совсем глупый новичок будет ожидать от соперника камень, и выбросит бумагу
  3. Поэтому нужно выбрасывать **НОЖНИЦЫ**



# Смешанные стратегии

- Равновесие в К-Н-Б: каждый делает выбор случайно, стратегии равновероятны
- Аналогично: куда подавать в теннисе, бить (и принимать) пенальти в футболе
- Используют ли люди смешанные стратегии на самом деле?
- Palacios-Huerta I., 2003: «Professionals play minimax» ( $N > 1400$ ),  
Chiappori P.A., Levitt S., Groseclose T., 2002 «Testing mixed-strategy equilibria when players are heterogeneous: the case of penalty kicks in soccer» ( $N = 459$ )  
профессиональные футболисты играют очень близко к равновесию
- Walker M., Wooders J., 2001: «Minimax play at Wimbledon»: то же про профессиональных теннисистов
- Иногда используется не смешанная стратегия, и этим можно пользоваться.



# Смешанные стратегии

- Порядок  $L \rightarrow R \rightarrow L \rightarrow R \rightarrow L$  — не смешанная стратегия



# Дилемма заключенных

		Второй	
		Говорить	Молчать
Первый	Говорить	-3 : -3	0 : -5
	Молчать	-5 : 0	-1 : -1

Доминирующие стратегии

Одно равновесие по Нэшу

**Равновесие неоптимально**

**Исход эффективен** (оптимален), если нельзя сделать кому-то лучше, не делая другим хуже.

- Добровольные сделки без внешних воздействий ведут к таким улучшениям
- Результаты индивидуально рациональных действий не всегда оптимальны

# Дилемма заключенных с несколькими игроками

Остальные «Я»	На машине	На автобусе
На машине	<b>пробка + комфорт</b>	<b>нет пробки + комфорт</b>
На автобусе	пробка	нет пробки

## Примеры:

- Пробки
- Рациональное незнание избирателя
- Использование общего ресурса
- Субботник
- Перевозка грузов в Китае
- Деревья



# Неэффективность: лес



# Дилемма деревьев

Лес Дерево	Высокие	Невысокие
Высокое	фотоны	<b>много фотонов + МОЩНЫЙ СТВОЛ</b>
Невысокое	мало фотонов	<b>фотоны + мощный СТВОЛ</b>

# Модель Бертрана

- Два магазина продают **один и тот же товар**, им самим ее производство обходится в 5 рублей.
- Они **одновременно назначают цены**, клиенты идут туда, где дешевле.
- Если цены **одинаковые**, покупатели делятся **поровну**.
- Единственное **равновесие по Нэшу** — продают по себестоимости, **прибыль = 0**
- Если бы **договорились**, то назначили бы цену **выше**.
- Почему **не договариваются**?
- Что не так с моделью?



- **Магазин А:**
  - я продаю товар по 10 рублей, а не по 5
  - а если магазин Б продает дешевле, то я компенсирую разницу
- **Равновесие:** оба продают по 10 рублей

# Координация: битва полов

Маша \ Петя	Футбол	Балет
Футбол	100:50	0:0
Балет	0:0	50:100

Два равновесия  
по Нэшу

Нет  
доминирующих  
стратегий

# Координация: разъезд на узкой дороге

Маша \ Петя	Налево	Направо
Налево	0:0	-10:-10
Направо	-10:-10	0:0

Два равновесия по Нэшу

Нет доминирующих стратегий

Правила помогают прийти в равновесие

# Несколько равновесий

- С какой скоростью ехать на дороге?
- Если все едут быстро, то и мне нужно ехать быстро:
  - Шанс быть пойманным примерно 0
  - Ехать на скорости потока
- Если все едут медленно, то мне тоже нужно ехать медленно:
  - Иначе большой шанс быть пойманным
  - На скорости потока

## Несколько равновесий (2)

- Раскладка **QWERTY** (Chr. Scholes, 1873)
- Раскладка DSK (**Dvorak** Simplified Keyboard, 1936)
- Когда в ВМФ США на WWII всех заставили переучиваться, был большой эффект.
- Но в частном порядке никто не хочет.

# Несколько равновесий (3): сетевые эффекты

- **Сетевые блага** — такие, где полезность каждого участника положительное зависит от количества участников
- Часто **два равновесия**:
  - **Никто** (или почти никто) не подключается
  - **Все** (или почти все) подключаются
- Как перейти из первого во второе?  
**Критическая масса.**



# Chicken

Второй Первый	Chicken out	Speed ahead
Chicken out	0:0	-100:100
Speed ahead	100:-100	$-\infty:-\infty$

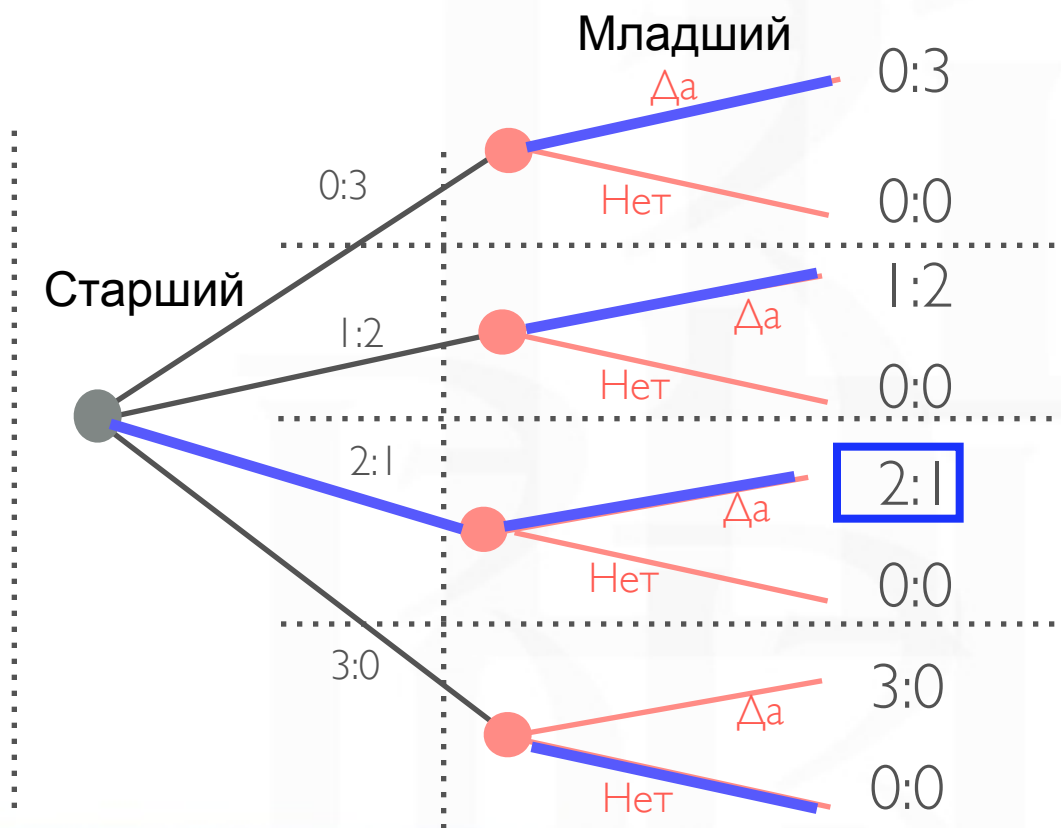
Два равновесия по Нэшу

Что будет, если один крепко зафиксирует руль до игры?



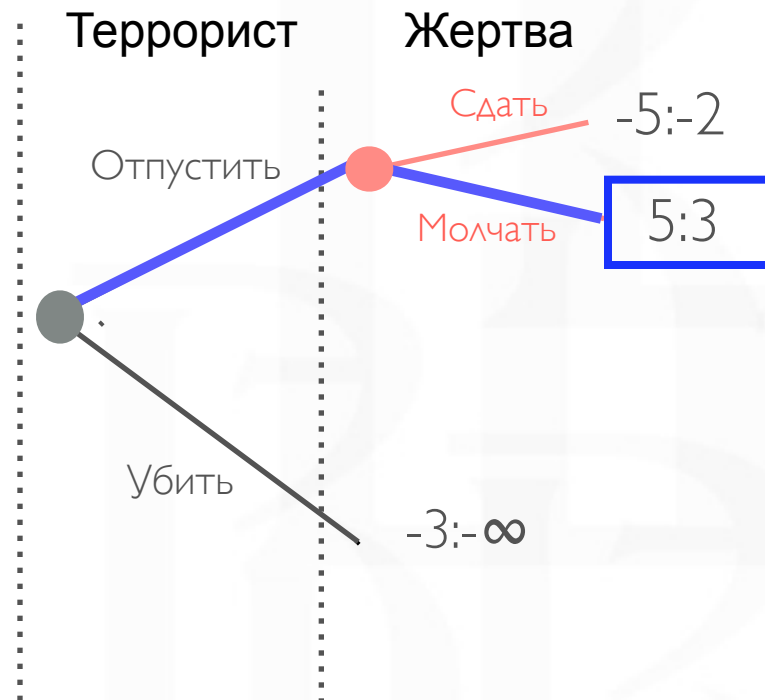
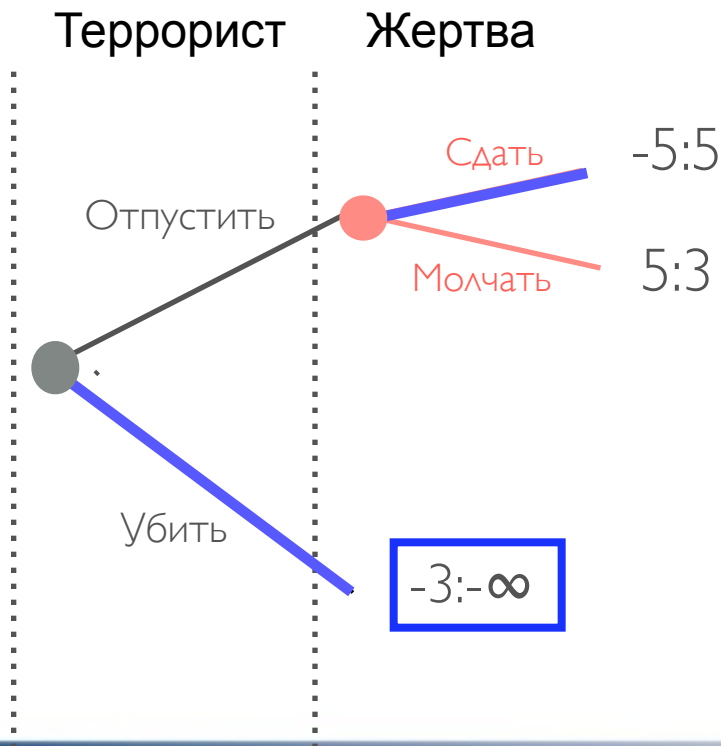
# Дележ пирога

- Пирог разрезан на 3 куска. Старший брат может предложить младшему сколько-то кусков (от 0 до 3), если младший откажется, то никто не получает ничего.
- Будем считать, что если младшему предлагают 0, то он говорит «Нет» из мести
- Что если младший брат может взять обязательство говорить «нет» еще где-то?



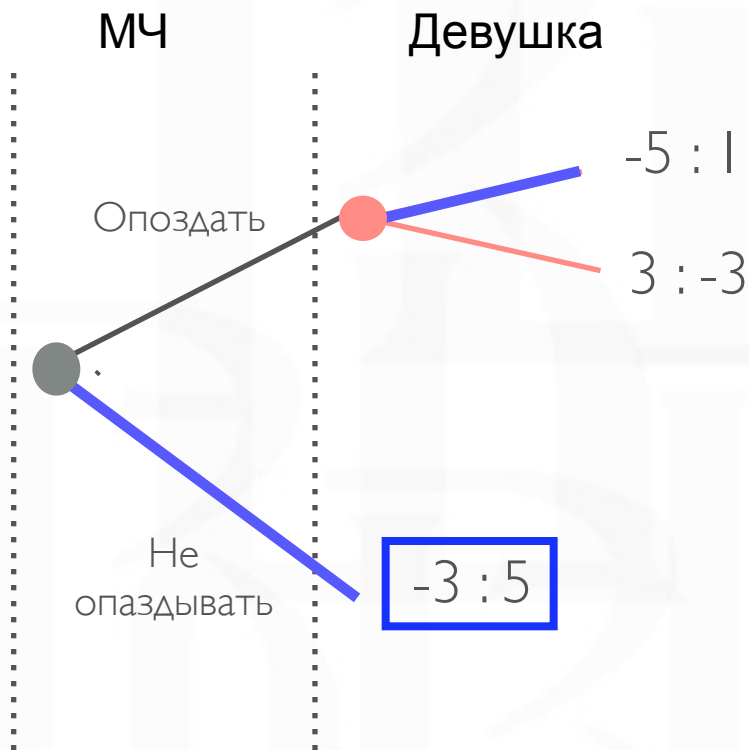
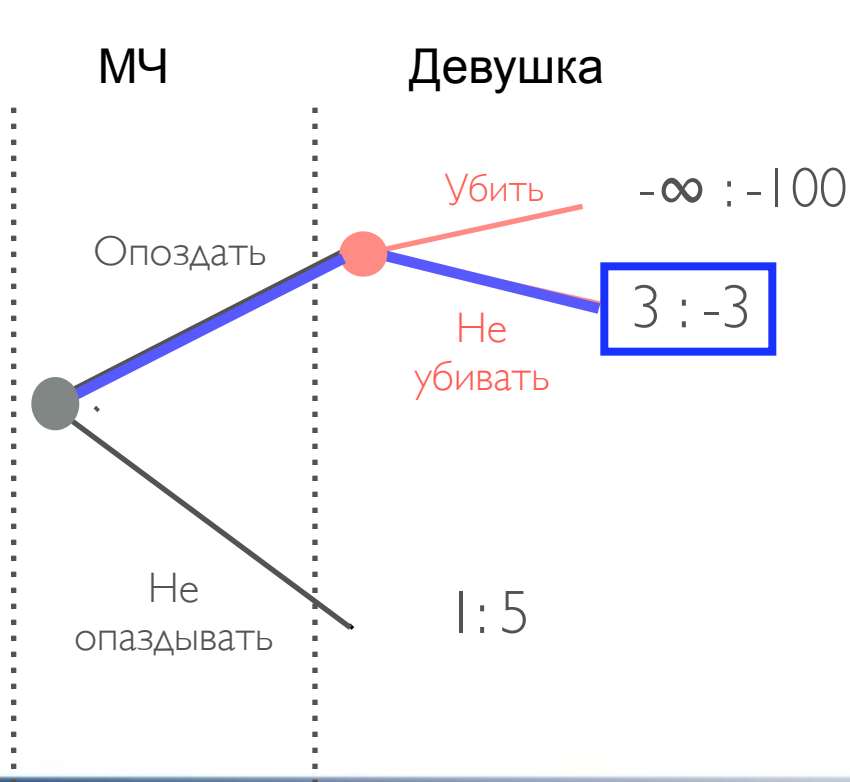
# Commitment

- Почему в некоторых странах закон запрещает платить выкуп в случае похищения людей?
- Если выкуп не будет заплачен, то стоит ли похитителю отпускать жертву?



# Свидание

- Девушка говорит молодому человеку:  
«Опоздаешь — убью!»



- Сжигание мостов или кораблей
- Ограничение власти монарха в Англии, «Славная революция» 1688, «Билль о правах» 1689 (North and Weingast, 1989: «Constitutions and Commitment...»)
- Абонемент в фитнес-клуб
- Одиссей, привязанный к мачте
- Программы, блокирующие доступ к интернету



# Stickk.com

- Dean Karlan & Ian Ayres (Yale), since 2007

Home How it works About stickK Contact Us FAQ Login Sign Up Now!

## stickK The smartest way to set and achieve your goals

featured | create your own

I commit to (Select your Goal) start Now!

**“ Put your money where your mouth is! ”**

Up your chances of success up to 3x by putting money on the line (optional). If you don't succeed, stickK will send your hard earned cash to one of three options-- friend, charity, or Anti-Charity, which is an organization you hate!

**1** Select your goal

**2** Set the stakes money is optional

**3** Get a referee

**4** Add friends for support

# Теорема Цермело

- **Zermelo, 1913:** Во всякой детерминированной конечной игре двух игроков, в которой они ходят попеременно и в каждый момент знают историю ходов, **у одного из игроков есть выигрышная стратегия, либо при правильной игре обоих будет ничья.**



- **Крестики-нолики 3×3:**  
При правильной игре будет ничья
- **Schaeffer, 2007:** При правильной игре в 64-клеточные шашки будет ничья
- **Шахматы:** на данный момент известны исходы для всех окончаний для 3—6 фигур

# Что почитать

- **Len Fisher.** «Rock, Paper, Scissors: Game Theory in Everyday Life»
- **Avinash Dixit & Barry Nalebuff.** «Thinking Strategically: The Competitive Edge in Business, Politics and Everyday Life»
- **Herbert Gintis.** «Game Theory Evolving: A Problem-Centered Introduction to Modeling Strategic Interaction»
- **Саймон Купер, Стефан Шимански.** «Футболономика»
- **Ричард Докинз.** «Самое грандиозное шоу на земле» и др.
- Game Theory — курс на курсе из Стэнфорда (<https://class.coursera.org/gametheory-003/>)





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

[dfed@hse.ru](mailto:dfed@hse.ru)

[vk.com/fedorovykh](https://vk.com/fedorovykh)

[www.hse.ru/staff/df](http://www.hse.ru/staff/df)